

2020.3.17.-2.22.

"A Short History of Astronomy", Autur Berry, M. A., 1898

11 章

18 世紀の重力の天文学

「天文学は、最も一般的な方法で考えられている、力学の大きな問題であり、その任意のデータは天体の動きの要素です。その解決策は、観測の精度と解析の完全性の両方に依存します。」

ラプラス、Mécánique Céleste の序文。

228.

太陽系は、18 世紀の初めに知られていたところによれば、18 天体から成っていた。

太陽、6 つの惑星、10 の衛星（1 つは地球に、4 つは木星に、5 つは土星にあった）、および土星の環であった。

**

彗星は太陽系が空間の何度も来ていることが知られており、少なくともそのうちの 1 つ（第 x 章、§200）は周期的な来訪者であると信じられていた。

しかし、それは太陽系に属しているとはまず見なされておらず、太陽系天体への影響は（もしあれば）は無視されるか、その後の調査からそれが完全に正当化された。

何千もの恒星も観測され、位置が決定された。

彼らは太陽系からの距離は不明であったが非常に遠いことが知られており、太陽系への影響は感知しえないほどとみなされていた。

**

太陽系の 18 人のメンバーの動きは、かなり良く分かっていて、相互間の実際の距離は大まかに推定されていたのだが、距離の比はかなり正確にわかっていた。

完全に異常な土星の環は、現在のところ考慮しないかもしれないが、それは別として、太陽系のほとんどの天体はほぼ球形であることが観測から知られており、残りもそうだろうと考えられていた。

かなりの確率で、重力の法則に従ってこれらの物体が互いに引き付け合うことをニュートンが示していた。

そして、それはそれぞれの運動に重大な影響を及ぼしたとは考えられなかった。[1]

**

そこで、そこに現れた問題とは、便宜的にニュートンの問題と

呼ばれているが、それは次のとおりであった。

18 の天体と、任意の時刻における位置と運動が与えられた時、数学的な計算によって求められた相互の重力から任意の時刻における位置と運動を推測せよ、

そして、これが実際の観測と一致することを示せ、という問題だった。

-**

そうした計算には、数量の中でも、天体の質量が必然的に入ってくる。

計算の結果が観測と一致するように、これらを意のままに仮定することは明らかに正当なことだった。

これがうまくいけば、質量が決定されるのだった。

同様に、広く受け入れられている太陽系の大きさや天体の形状について、実際の観測と矛盾しないように修正される可能性があった。

**

このように定式化された一般的な問題は、幸いなことに簡単なものに減らすことができます。

通常の球体は、質量が中心に集中している質点のように、他の物体を引き付け、引き付けられていることをニュートンは示した（第 ix 章、§182）。

そして、球形からのずれの影響は、かなりの距離があると非常に小さくなった。

そこで、特別な場合を除いて、太陽系の天体は球体として扱うことができるし、ここでも中心に集中していると見なすことができた。

簡潔にするために、言及されているすべての「天体」はこの種のもので、これから先も仮定するのが便利である。

球形からのずれの影響は、歳差運動や惑星や衛星の自転の

場合や衛星へ非球状惑星が作用する場合のように、必要に応じて、別々に扱うことができる。

この種の問題は、潮汐や、任意の形状の天体のある部分が残りの部分に対して起こす相対的な運動などである。

**

繰り返したが、太陽系はたまたま、各天体の運動は主にある 1 つの天体によってのみ決定されるとして扱えるようにできている。たとえば、惑星は太陽以外の天体が存在しないかのように動き、地球に対する月の動きは他の天体は存在していないかの如くである。

**

2 つの相互に引き合う球の運動の問題は、ニュートンによって完全に解決され、ケプラーの最初の 2 つの法則に行きつくことが示された。

したがって、太陽系の各天体は、ある天体の周りをほぼ楕円軌道で動いており、他の天体の作用によってわずかに乱れるとみなすことができる。

さらに、運動の問題に適用できる一般的な数学的原理により、多数の小さな擾乱要因が一緒に作用する効果は、個々の効果を合計した結果とほぼ同じである。

こうして、大きな誤りなしに、各天体は一度に 1 つの天体の擾乱を受けていると見なすことができる。

いくつかの擾乱効果を一緒にし、誤差を一層減らすために新しい計算を行うことができる。

このように、ニュートンの問題の核心は、いわゆる 3 体問題の特殊な場合と考えられている。

**

すなわち、任意の時刻における相互に重力を及ぼす 3 天体の位置と動きが与えられた時、他の任意の時間に位置と動きを決定することである。

**

一般的な形のこの一見単純な問題でさえ、18 世紀初頭の数学的手法だけでなく、それ以降に考案された手法の力を完全に超えている。

ある特殊な場合が解かれて、将来の動きを完全に決定されるように 3 天体が最初に動く想定できることが示された。

しかし、こうしたケースは実際には起こらない。

**

太陽系の場合、3 天体のうちの 1 つは常に他の 2 天体の

相対運動に小さな影響しか与えないと見なすことができるという既に述べた考察だけでなく、惑星と衛星の軌道は円とそれほど変わらず、軌道平面は黄道のようにいずれに対しても大きな角度で傾いているわけでない、言い換えれば、離心率と傾きは少ないということから、問題は単純になっている。

**

このように単純化されていると、近似法によってかなりの精度で解が得られることがわかっている。[2]

**

太陽、地球、月によって構成される系の場合、特徴的なことは擾乱源である太陽が 2 天体から遠く離れていることである。

太陽と 2 惑星の場合、擾乱を与える惑星と比較して太陽の質量が非常に大きいことが重要な要素である。

したがって、2 つの場合に適した扱いは異なるので、月理論と惑星理論という実質的に異なる 2 つの分野に分かれて、発展してきた。

木星と土星の衛星の運動が示す問題は、月の理論の問題と関連しているものの、いくつかの重要な点で異なり、通常は別々に扱われている。

229.

これまで見てきたように、ニュートンは彼の問題の解決に向けて多くの重要な進展を見せたが、彼の国の後継者の貢献はほとんどなかった。

大陸でも、最初はなかなか進展しなかった。

プリンキピアは当時のほとんどの数学者が読んで賞賛したが、その原理は受け入れられず、デカルト主義哲学が支配的浸透していた。

最初の前進は、ニュートンの原理に基づいてシュヴァリエ・ド・リュール（1671~1732 年）が書いた報告を 1720 年にパリ科学アカデミーが出版したことであった。

10 年後、アカデミーは、デカルトの原理に基づいてジョン・ベルヌーイ（1667-1748）が書いた惑星運動の小論に賞を授与した。ニュートン流の小論は 2 位であった。

1732 年、モーペルチュイ（章 x.、§221）はニュートン理論に従って地球の形状に関する論文を発表し、6 年後にヴォルテールの非常に読みやすい「ニュートン物理学の原理」が登場し、新しい考え方の普及に大きな効果をもたらした。

フランスでのデカルト主義が最終的に公式に承認されたのは 1740 年のようで、この年、潮流に関する小論にアカデミーが与

えた賞を1人のデカルト主義者と3人の著名なニュートン主義者で分け合った。(§230)。

**

この時期と19世紀初頭の間起こった重力天文学の急速な発展は、ほぼ完全に5人の偉大な大陸の数学者、オイラー、クリアロー、ダランベール、ラグランジュ、ラプラスの研究であり、最年長者は1707年の生まれで、最年少者が死んだのは1827年で、ニュートンの死(1727年)から1世紀後から1ヶ月以内であった。

オイラーはスイス人であり、ラグランジュはイタリア生まれであったが、家系はフランス系で、養子縁組によりまさしくフランス人であり、他の3人は全くのフランス人であった。

そのため、フランスは18世紀のほぼ全期間にわたって重力天文学で君臨し、今世紀、アメリカ、イギリス、ドイツ、イタリア、その他の国がこの課題に多大な貢献をしてきたが、今日でもフランスの優位性は失われていない。

**

最初に名前を紹介した3人の天文学者の仕事を初めに検討し、後でラグランジュとラプラスを扱った方が良い。この2人は重力天文学を先行者よりも間違いなく高い段階に持っていった方人たちである。

230.

レオンハルト・オイラーは、1707年にバーゼルで生まれ、ブラッドリーより14歳若く、ラカイユより6歳年上である。

彼は、有名な数学者一家の一代目のジェームズ・ベルヌイリ(1654-1705)の下で数学を学んだプロテスタントの牧師の息子であった。

レオンハルト・オイラー自身は、ジョン・ベルヌイ(ジェームズの弟)のお気に入りの生徒で、彼の2人の息子の親友であり、そのうちの1人のダニエル(1700-1782)は、父親や叔父に似た著名な数学者でただでなく、イギリス本国の外で最初の有力なニュートン主義者でもあった。

他の多くの天文学者と同様に、オイラーは神学の研究から始めたが、自らの自然志向とベルヌイの影響の両方によって誘発され、数学に注目した。

ダニエル・ベルヌイは最近 Санкт-Петербург の教授に任命されたところで、彼の影響により、オイラーはそこに新たに創設された科学アカデミーへの招待を受け、それに応じた(1727)。

この最初の任命ではお金が付いてきて、そして義務は科学の全

般的な振興を図ることであった。

その後、オイラーはより明確な専門的な研究を引き受けたが、彼のキャリア全体を通しそのエネルギーのほとんどは数学的な論文を書くことに注がれ、その大部分は Санкт-Петербург ・アカデミーによって出版された。

彼は政治に関与しなかったが、スイスとプロテスタントの環境の中で育ったから、ロシアの専制政治は圧倒的だったようだ。

そして1741年、フレデリック大王からの招待を受け入れて、そこで科学アカデミーの再編を支援するためベルリンに来た。

フレデリック大王はそれほどひどく激しくはない専制君主であった。ある日、女王から彼が無口で憂鬱な態度を示すことで非難されると、言論が絞首刑を招くような国から来たばかりだという理由で沈黙を正当化した。

しかし、この率直な批判にもかかわらず、彼はロシアの宮廷と良好な関係を保ち、 Санкт-Петербург ・アカデミーのメンバーとして俸給を受け、その研究誌に貢献し続けた。

さらに、ベルリンで25年間過ごした後、彼は女帝エカチエリーナ2世からの緊急の招待を受け入れ、ロシアに戻った。(1766)

**

彼は1735年に片目を失明したが、これは、それ以降、数学からあまり気をそらすとはならないという注意を喚起することになった災難であった。

片方の目はロシアに戻るとすぐに悪くなり、手術で部分的に見えるようになった短い時間を除いて、死ぬまで盲目であった。

しかし、この障害は彼の驚くべき科学的活動にほとんど影響を与えなかった。

そして、脳卒中になって「彼が息をして計算するのをやめた」のは、失明してほぼ17年の後のことだった。(1783)

**

オイラーは、おそらく最も多方面に活躍した、かつてないほど最も多産な数学者であった。

彼が大きな貢献をしなかった現代解析学の分野はほとんどなく、計算方法を考案し適用するという彼の並外れた力は、応用数学の既存の各分野で大きな成功を収めた。

抽象力学、光学、流体の運動、天文学の問題はすべて、彼の分析の対象となり次々に解決された。

彼の著作の範囲は、数冊の本に加えて、数学的および物理的な問題に関する約800の論文を書いたという事実を示されている。

彼の研究結果を網羅すると、それぞれ約600ページの25四

つ折り判の書物になると推定されている。

**

天文学へのオイラーの最初の貢献は、先に言及したが、1740年のアカデミー賞をダニエル・ベルヌイとマクラウリン（x 章、§ 196）という 2 人のニュートン主義者と共に受賞した潮流に関する小論であった。

しかし、潮流の問題は、3 人の研究者の誰によっても全く解決されなかった。

**

彼は月の理論に適合する形で 3 体問題に 2 つの明確な解を与え、惑星理論へは不完全ではあったが非常に重要で示唆に富む多くの貢献をした。

両方の問題において、彼の研究はクレイローとダランベールの研究に密接に関連していたので、彼らの研究に関連して議論する方が都合が良い。

231.

1713 年にパリで生まれたアレクシス・クロード・クレイローは、早熟な天才である。

彼は 10 歳で微積分論と円錐曲線を論読み、13 歳前に科学アカデミーに科学論文を提出し、18 歳で幾何学への重要な貢献を記した本を出版した。

**

その後まもなく、ラブランドへのモウペルチュイの遠征に参加し（章 x。、§221）、その後、1743 年に行った地球の形状に関する古典的な研究についてのちょっとした論文をいくつか出版した。

この中で彼は、ニュートンやマクラウリンよりもはるかに完全な形で、地球のような回転体が各部の相互重力の影響下でとると思われる形状を議論し、内部の密度の変化に関して非常に一般的な性質の**いくつかの仮説を検討した**。

そして、異なる緯度で見せる重力加速度の変化の式を導いたが、それは振り子実験の結果と十分に良く一致していた。

**

その問題はその後、より精密かつより一般的に後の研究者によって扱われ、かなり多くのことが追加されたが、基本的に重要な結果があったとしても、クレイローの本にある事項に追加するような事項はごくわずかであった。

**

彼は次に 3 体問題に注意を向け、月に適した解を得て、惑

星理論をいづか進歩させた。

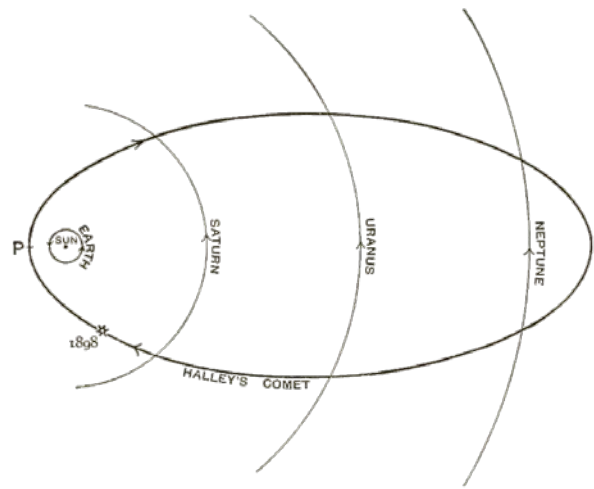


Fig. 80.—The path of Halley's comet

**

ハレー彗星（x 章、§200）は 1758 年頃の「予定」であった。

その時期が近づくと、クレイローは、最後に出現してから受けた摂動の計算を再開した。それは、木星と土星という 2 大惑星によるもので、通過する時に接近して影響を被っていたはずだった。

非常に骨の折れる計算により、彗星は土星によって約 100 日、木星によって約 518 日遅くなり、翌年の 4 月 13 日頃に近日点（太陽に最も近い軌道上の点、図 80 の p）を通過すると予想される、ただし、計算にはさまざまな欠陥があるため、いずれにせよ 1 か月の誤差があるかもしれないと、1758 年末の少し前にアカデミーに報告した。

その彗星は、天文界では期待されていたもので、実際、1758 年のクリスマスの日に、ザクセンのアマチュア天文家のジョージ・パリツ（1723–1788）によって発見された。近日点を通過したのは、クレイローが言った日の 1 か月前と 1 日前だった。

**

ハレーの見事な推測はこうして正しことが分かった。

新しいメンバーが太陽系に追加され、後に十分に良いことが分かるが、他の場合も彗星の運動と同じ規則に従っているかも知れないという望みが大きくなり、さほど奇妙ではない天体と同じ原理に従って計算された。

彗星に付きまとっていた迷信は、もちろん、それと同時に大きく揺らいだ。

**

クレイローは個性的な魅力があり、パリ社会で目立った人物であった。

彼の強さは社会的な仕事と科学的上の仕事の両方で求められたものには引き合うものではなく、その並外れた能力からまだまだ多くのことが期待されていたところだったが、1765年、残念なことに亡くなった。

232.

ジャン・ル・ロン・ダランベールは、1717年にパリのサン・ジャン・ル・ロン教会の階段に捨て子になっているところを見つけ、里親が実感であったが、その後、父親が認知し、ある程度の援助がなされた。公正に学校教育を受けた後、法律と医学を学んだが、数学に気が向いた。1738年に書いた論文によって数学界で注目を集めたのが最初で、その2年後に科学アカデミーに入学した。初期の重要な研究は、Traité de Dynamique【力学概論】(1743)で、とりわけ、彼の名がついている力学原理【ラグランジュの方程式】の最初の記述があった。ある意味でニュートンの運動の第3法則からの帰結に過ぎないのだが、それは天文学的やその他のほぼすべての一般的な力学問題で計り知れない恩恵を与えることが明らかになった。次の数年間、数理解物理学だけでなく、3体問題にも多くの貢献をした。そして、すでに言及されている(x章、§215)が、歳差運動と章動に関する研究を1749年に出版した。この時から、数学以外の研究にあり余るエネルギーを注ぎ始めた。数年間、ディデーロと協力して有名なフランス百科事典を編集した。これは、1751年に最初の巻が出て、当代の政治思想や哲学に大きな影響を与えた。ダランベールは序文を書いた。これは1754年、にフランス・アカデミー[5]で、彼がフランス・アカデミー[5]という著名な会へ入会する時に、様々な科学やその他の論文と共に、読み上げられた。1783年に終わりを告げたが、その晩年には、数学について書くことはほとんどなくなり、哲学や文学、政治的な事柄に関する多くの本を出版した。アカデミーの秘書として、約70人のメンバーの死亡通知(エロージュ)も書いた。したがって、彼はカーライルの言葉で「偉大な能力の、特にすばらしい明快さと方法の人であった。数学で有名で、驚くべきことに、文学という知的世界でも同じように、であった。」

**

ダランベールとクレイローは偉大なライバルで、ダランベールはクレイローのほとんどすべての研究を厳しく批判し、クレイローはさ

ほど熱意があったわけではなかったがそれに応報した。ハレー彗星に関する研究でクレイローが人気者になると、ダランベールは嫉妬に駆られたようだった。ライバル関係は心地よい光景ではないが、互いの研究にあるさまざまな弱点をえぐりだし、その後の改善に導くのに役立った。他の点を見ると、とても楽しそうな性格のダランベールだったようだ。彼は常に貧しかったが、それでもロシアのエカチェリーナ2世やプロイセンのフレデリック大王からの法外な申し出を断り、独立を好んだが、両者との友好関係を保ち、フレデリック大王からはささやかな年金を貰った。彼はとても簡素な暮らしおこなっていたが、そんな貧困にもかかわらず、養母や、多くの若い学生や、出会った多くの人たちに誠実に惜しみなく努めた。

233.

オイラー、クレイロー、ダランベール全員が独立に、そしてほぼ同時に、月理論に適合した形で3体問題の解を得ることに成功した。オイラーは1746年にかなり不完全な月の表を出版した。それで彼がすでに解を得ていたことが分かった。1747年、クレイローとダランベールはそれぞれ、月といくつかの惑星問題への応用も含んだ解をアカデミーの論文集に発表した。双方で、ニュートンが遭遇したのと同じ困難が起った。月の遠地点の動きは、観測結果の約半分に過ぎなかったのである。クレイローは、最初、重力の法則を変えてやってみようとしてこの困難に直面し、重力が部分的に逆2乗で、部分的に距離の逆3乗で変化すると仮定すると満足いく結果が得られた[7]。オイラーも、逆2乗則が正しいかどうか疑問を持っていた。しかし、クレイローは2年後(1749)、元の計算を再度実行すると、計算の開始時に重要ではないように見えたため省略してしまっていた項が後で重要になることに気づいた。これらを考慮すると、理論から推測される遠地点の動きは、観測された動きとほぼ一致した。これは、理論と観測の間の重大な矛盾が生じたのは重力の法則が信頼できないからとした最初の例だったが、その後これによる説明はなくなり、その正確性に対する新たな検証となった。クレイローがその発見を発表したとき、オイラーはほぼ同じ結果となる新しい計算を行ったが、ダランベールはさらに近似を進めることでわずかにより正確な結果を得た。クレイローによる月の運動についての新しい計算は、 Санкт-Петербург Академия が出した研究課題の賞を獲得し、Théorie de la Lune【月の理論】というタイトルで1752年に出版された。2年後、彼は月の表を発表し、死(1765年)の直前、新しい表を加えた

Théorie de la Lune の改訂版を刊行した。

**

ダランベールは 1747 年の論文に続いて、完全な月の理論（程よく優れた表を使用）を研究した。それは 1751 年にほぼ完成し、*Recherches sur différens points importants du système du Monde*（ルシエルシユ・スル・ディフェラン・ス・ポワン・デュ・スイステーム・デュ・モンド）【宇宙体系のさまざまな重要な問題点に関する研究】の最初の巻として 1754 年出版された。

1756 年、改良した運行表を発表し、数ヶ月後、理論のいくつかの新たな進展を加味して研究の第 3 巻を出版した。

Opuscles Mathématiques【数学小論文集】（1762）の第 2 巻には、先の表を少し改良した運行表の第 3 版を加えて、それに関する別の論文を入れていた。

オイラーの最初の月の理論（*Theoria Motuum Lunae*【テオリ・？・ラテン語かな？ 月の運行理論】）は 1753 年に出版されたが、その 1 年か 2 年前に Санктペテルブルク・アカデミーに送られていた。

付録[8]で、彼の特徴である率直さで扱いに苦慮していると思われる欠陥を指摘し、その課題を扱う新しい方法を提案している。

前の章で言及したが、トビアス・メイヤーが運行表の基礎としたのはこの理論であった（§226）。

何年もたって、オイラーはまったく新しい方法を考案して問題に挑み、その方法や問題の特定の箇所を一般的に扱った予備的な研究を行った後、息子と 2 人の助手の力を借りて月理論を非常に詳しく研究し、表とともに全体を発表した。

彼は、ハレーで見つかった平均運動の永年加速をこの理論で扱おうとしたが、成功しなかった（章 x.、§201）。

**

天文学上の問題を数学的に扱う場合、観測からデータを借りてこななければならない、3 人の天文学者の中でクレイローは観測の使う点ではもっとも巧妙だった。その観測の多くはラカイユから入手した。

したがって、彼の表はダランベールの表はよりもはるかに正確に月の実際の運行を示しており、オイラーの非常に精巧な第 2 理論に基づくものよりもいくつかの点で優れていた。

クレイローの最後の表は誤差が 112' を超えることはめったになく、約 34° 以内で経度を決定するのに役立つ。（加藤：どうい

こと？）

しかし、ブラッドリーによって改良されたトビアス・メイヤーの表が実際にはかなり正確であることがわかったため、クレイローの表は全然使用されなかった。

だが、メイヤーは観測から全面的に持ってきたものだから、彼の式は、クレイローの場合と同じように重力から純粋に演繹したとみなすことはできない。

オイラーの第 2 理論は数学的に最も興味深いものであり、後の開発では基礎として最も重要であった。

最も現代的な月理論[9]は、ある意味でオイラーの方法への回帰である。。

234.

ニュートンの月理論は、プリンキピアが発表された当時の観測で知られていた月の不等性に定性的説明を与え、まだ観測されていない他の要素も示したと言えるかもしれない。

しかし、これらの不規則性を定量的に説明する彼の試みは、部分的にしか成功していなかった。

**

オイラー、クレイロー、ダランベールは幾何学の代わりに解析的手法を使うことで、月の理論をまったく新しい形に変えた。

これの利点の 1 つは、労力を必要とする計算を進めると、一般的に、必要な場合にさらに計算を進めて、より高い精度を実現できることであった。

丹念な作業の結果、1 つの例外を除いて、観測から分かっていた不等性が定量的にも定性的にもかなりの精度で説明された。こうして、理論に基づいたクレイローの表などは、月の運行を非常に精細に表していた。

唯一の例外は永年加速だった。オイラーがその説明に失敗したことは見たところだった。

ダランベールも同様に失敗し、クレイローはこの問題を検討したようには見えない。

235.

ニュートンの時代に観測から明らかになっていた惑星運行における主要な不等性は、地球軌道の近日点の前進運動と黄道の傾斜角が非常にゆっくりと減少することだった。

これに、ハレーによって発見された木星と土星の運動速度の変化を追加しても良いかも知れない（章 x.、§204）。

**

ニュートンは、別の惑星の摂動効果により、ある惑星軌道の近日点に変位が生じ、攪乱を与える惑星と受ける惑星とが動いてできる平面の相対位置が変化することを一般的に示した。

しかし、彼は詳細な計算をしていなかった。

だが、この一般的な性質のいくつかの効果は、既知のものもあつたし、プリンキピア発刊時から18世紀半ばの間に出版されたさまざまな惑星表にある観測の結果として、多かれ少なかれ明確に示されていた。

**

地球の動きの不規則性は、太陽の見かけの動きの不規則性として現れているが、それと木星と土星の不規則性は惑星の不等性の中で最も興味深く、かつ重要であり、いくつかの題材に関する小論にパリアカデミーは何度が賞を出した。

**

月の摂動は、作用・反作用の原理により、地球にはそれより小さな摂動ではあるが、同様に必然的に作用する。【文章、おかしい】

これらはさまざまな機会にクレイローとオイラーによって議論され、さらに詳しくダランベールによって論じられた。

1747年の論文 (§233) で、クレイローは3体問題の解決策を太陽、地球、土星の場合に適用しようと試みた。それは、土星は太陽から随分離れていて（地球の約10倍）、地球、月、太陽の系に最も似ている惑星系だからである (§228 を参照)。

**

10年後、彼は金星と月による地球の摂動についてかなり詳細に論じた。

この論文は、天体の摂動を観測することにより天体の質量を推定する最初の試みでもあって、注目された。

クレイローは、この方法を月と金星に適用し、その作用による地球の運動の摂動（必然的に質量に依存します）を計算し、その結果をラカイユの太陽の観測と比較した。

こうして、月の質量は地球の約1/67倍で、金星は2/3倍であることがわかった。

最初の結果は潮汐からニュートンが推定した値を大幅に改善するものであり（第ix.、§189）、2番目の結果はまったく新しく、以前の値は単なる憶測だったが、現代の測定値と許容範囲内で一致している。[10]【=0.78】

それは観測と数学的理論の相乗効果の良い例として注目に

値する。クレイローはラカイユの観測を理論に使い、一方、ラカイユはクレイローによる地球の摂動の計算を使用して1758年に発表した太陽の表を改良した。

3体問題を解くクレイローの方法を、ジョセフ・ジェローム・ル・フランソワ・ラランド（1732–1807）も応用した。彼は主に天文学の称賛すべき普及者として知られているが、木星による火星の摂動や、地球による金星の、そして火星による地球の摂動を根気よく計算し、観測した。しかし、そこそこの成功でしかなかった。

ダランベールは、「研究」の第2巻で惑星摂動の一般的な扱い方で若干の前進を見せ、木星と土星にその方法を適用した。

236.

オイラーは、1747年に始まった一連の論文で、一般理論をさらに発展させた。

木星と土星の不規則性を説明するためにいくつかの試みをしたが、観測を十分に表現することはできなかった。

しかし、他の惑星による摂動により、地球の近日点が毎年約13"前進し、黄道の傾斜が毎年約48"減少することを示したが、どちらの結果も、観測やその後に行われた複雑な計算と良い一致を見せていた。

彼はまた、他の惑星の不規則性の存在を示したが、これらは以前はほとんど観測されていなかった。

アカデミーが1756年に賞を授与した小論文（最初の出版は1771年）の中で、1753年の月理論で示した摂動法を完璧な形に仕上げた。

軌道要素やパラメータを変化させるこの方法【定数変化法】は、その後の研究で非常に重要な役割を果たしたため、それを概観しておくのも価値があるだろう。

**

摂動が無視されるなら、惑星は太陽が1つの焦点にある楕円上を動くと思えることができる。

楕円の大きさや形状は、その軸の長さや離心率によって定義される。

楕円が乗っている平面は、交点線と呼ばれる線（通常は黄道をとるが、ある固定平面を切断する線）の位置と、2平面の傾

斜によって決まる。

これらの4つの量が決まると、楕円はその平面内で焦点を中心
に回転する場合があるが、アプス線の方向も決まるなら、楕円
は完全に決定される。

さらに、任意の時刻での楕円上の惑星の位置がわかっている
場合、運動は完全に決定されて、他の時刻での位置が計算
できる。

こうして、摂動を受けない惑星の運動を完全に決定する要素
として6つの量が知られている。

**

摂動を考慮に入れると、ある1回の公転で惑星が描く経路
は、そのずれはわずかとは言え、もはや楕円ではなくなる。一方、
月の場合、そのずれはかなり大きい。

ただし、大きく離れた2時点での惑星の運動を比較すると、各
時期では経路はほぼ楕円だが、それらはいくつかの点で異って
いる。

たとえば、プトレマイオスの時代（西暦150年）とオイラーの時
代の間では、地球軌道のアプス線の方向は約 5° 変化し、他
の要素もわずかに変化した。

したがって、長期間にわたる惑星の運動を扱う際には、位置と、
場合によっては大きさや形状も徐々に変化するという楕円軌道
を考えると都合が良い。

1つの結果は、かなりの回数、公転することで描かれる実際の
経路はもはや楕円にはあまり似ていない曲線だ、ということであ
る。

たとえば、他の軌道要素は不変のままアプス線が一様に回
転する場合、それが描く経路は図のようになる。

**

オイラーは、楕円軌道の変化によって、惑星の摂動（1回
の公転か、より長い時間の中に受けた）を表すようにこの考え
を拡張した。

惑星がどこにいても、そしてその速度や楕円の方向がいかなるも
のであれ、短時間の間は太陽が焦点にあり、惑星がその楕円
上を運行していると見なすことができる。

こうして、惑星は摂動を受けた軌道をたどるため、任意のある瞬
間においてはある楕円上を動いているが、しかし、その位置やそ
の他の特性は絶えず変化していると思なすことができる

したがって、惑星の運動を議論する問題は、ある任意の時刻に
おけるその運動を表す楕円の要素を決定するという問題になる。
オイラーはさらに、摂動を与える惑星の位置がわかったときに、ど

のようにそれに対応した楕円軌道の要素の変化率を計算する
かを示し、これらのデータから実際の軌道要素を推定する点で
前進した。

しかし、彼は、数学的な困難が大きすぎて、単純な場合を除
いては、それを克服できないと感じ、その方法の威力を十分に
示すことは次世代の数学者、とりわけラグランジュに託した。

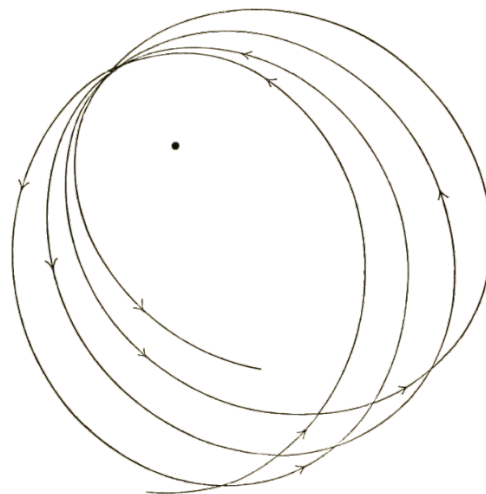


Fig 81.—A varying ellipse.

237.

ジョセフ・ルイ・ラグランジュは、1736年にトリノで生まれた。当
時、クレイローはラップランドに出発したばかりで、ダランベールは
まだ子供だった。

彼は、3世代イタリアに住んでいたフランス人の家族の子孫だっ
た。

彼は並外れた数学の才を発揮し、故郷の砲兵学校の教授に
任命された時はまだほんの少年で、生徒は自分より年上だった。
数年後、彼は科学系学会の設立運動の中心となり、その後、
それがトリノ科学アカデミーとなって、1759年、最初の論文集
が発行された。そこには、ここ数年の間に書かれたラグランジュの
数学の論文も掲載された。

その1つ[12]にオイラーに非常に感銘を覚え、ただちにラグラン
ジュのためにベルリン・アカデミーへの入会を果たすという名誉
を得た。彼はその課題について特別な研究を行っていたのだった。

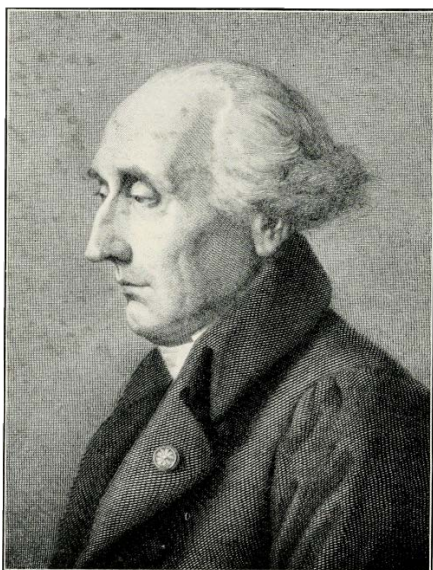
**

1764年、ラグランジュは月の秤動に関する小論文によってパ
リ・アカデミーから賞を受けた。

この小論文では、彼は地球と月の両方が非球体であることによ
る月の秤動(vi章、§133)について、まだ不完全ではあった

が、初めて満足できる議論を行っただけでなく、力学的な問題の扱いに関する非常に一般的な方法[13]を導入した。それは、現在までに開発されてきた力学のあらゆる高度な分野で基礎となっている。

2年後（1766）フレデリック 2 世はダランベールの提案でラグランジュに、オイラー（ Санктペテルブルクに戻ったばかり）を引き継いでベルリン・アカデミーの数学部門の長になってほしいと頼んだ。ヨーロッパで最も偉大な王は、宮廷にヨーロッパで最も偉大な数学者を置きたいと思っていたからであった。



Lagrange.

ラグランジュはこの素晴らしい招待を受け入れ、21 年間、ベルリンで過ごした。

この間、天文学、一般的な力学、および純粋な数学のさまざまな問題に関する並外れた数の論文を作成した。

最も重要な天文学の論文はパリに送られ、アカデミーが提供する賞を獲得した。

他のほとんどの論文（全部で約 60 件）はベルリン・アカデミーによって発行された。

この間、彼はまた、数学の本の中で最も美しいものの 1 つとされる偉大な著書 *Mécanique Analytique*【解析力学】を書いたが、そこには秤動の初期の論文にあった一般力学のアイデアが完全に展開されていた。

不思議なことに、この傑作の出版社を見つけるのが大変で、1788 年にやっとパリで姿を現した。

1 年前、フレデリックが死んだのでベルリンを去り、ルイ 16 世から

の招待を受け入れ、パリ・アカデミーに入った。

この頃、彼は定期的によってくる憂鬱の症状に苦しんでいた。それはトリノでの過労によるものと広く考えられている。

彼は出版後 2 年間、*Mécanique Analytique* を一度も見ずに、ほとんどの時間を化学やその他の自然科学の分野だけでなく、科学ではない分野の研究にも費やしたと言われている。

1790 年、彼は委員会の長に任命され、新しい重量と計測のシステムを作成し、その結果、計量システムが確立された。

そして、この事業に関連する科学研究によって、数学や天文学への関心が徐々に回復した。

彼は常に政治を避け、テロの間にギロチンされた偉大な化学者である友人のラヴォワジエや天文学史のベイリーとは異なり、革命を無傷でやり過した。

実際、彼の死の時までフランスを支配していたどの政権も大いに称賛し、

1793 年に、彼はすべての外国人に対する追放令から特別に免除された。

その後、彼はエコール・ノルマルの初代の数学教授になり（1795）、そして最後の役職はエコール・ポリテクニクの教授で（1797）、1813 年に亡くなるまでその席を占めていた。この間に、天文学と数学に関する多数の論文に加えて、純粋な数学に関する 3 冊の重要な本[14]を出版したが、死の時点では *Mécanique Analytique* の第 2 版は完成してなくて、死後に第 2 巻が登場した。【第 2 版と第 2 巻となっているが、同じもののように見えるが・・・】

238.

小規模農家の息子であるピエール・シモン・ラプラスは、1749 年にノルマンディーのボーモンで生まれましたので、偉大なライバルであるラグランジュよりも 13 歳年下だった。

裕福な隣人のおかげで、彼は故郷の軍事学校の最初の生徒になり、後に教師となった。

18 歳のときダランベールへの紹介状を持ってパリに行ったが、それに気づかれなかったので、彼に力学の原理に関する手紙を書いたところ、ダランベールはとても感銘を受け、すぐにその若い数学者に興味を持ち、パリの軍事学校での職を斡旋した。

この時から、ラプラスはパリでずっと生活し、さまざまな公的な地位についた。

彼の最初の論文（純粋な数学に関する）は 1766-69 年のトリノ・アカデミーの論文集に掲載されて、この時から人生の終

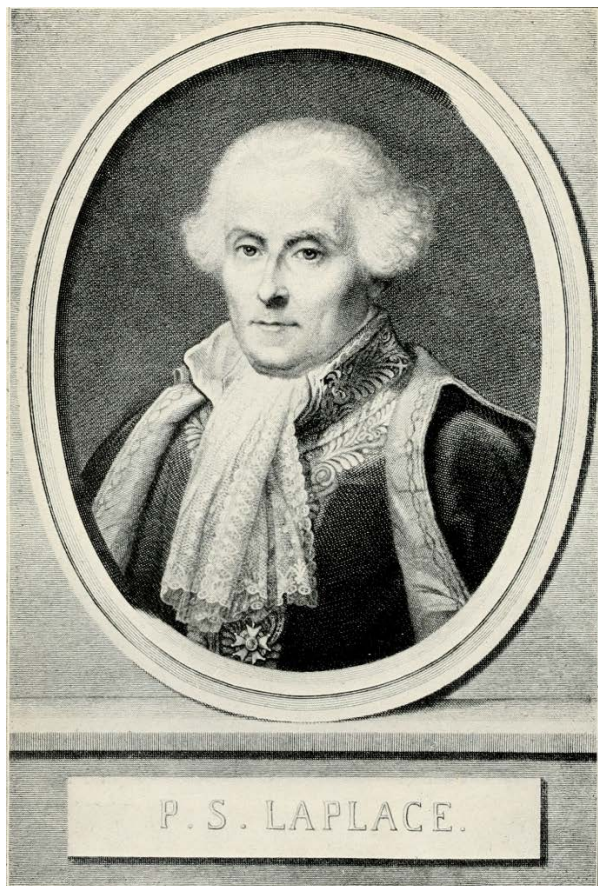
わりまで、彼は天文学と関連した数学に関する一連の論文と本を途切れることなく書き続けた。

ラプラスの天文学に関する研究は大部分が、1799 年から 1825 年の間に出版された 5 巻の *Mécanique Céleste*【天体力学】に取り入れられている。

この偉大な論文集で、彼はニュートン以来、重力天文学が発展する間に行われたすべてをまとめ上げることを目指した。

彼が他に出版した唯一の天文学書は、史上最も完璧で魅力的に書かれた天文学に関する人気論文の 1 つである *Exposition du Système du Monde* 【宇宙体系の紹介】(1796)であり、偉大な数学者は代数式も幾何学的な図も全く使っていない。

彼はまた、1812 年に確率または偶然の理論に関する精緻な論文を発表したが[15]、その後の問題のほとんどすべての発展はその論文に基づいており、1819 年には同じ問題に関するより一般的な *Essai Philosophique*【哲学エッセー】を出版した。



Laplace

[To face p. 307.]

ラプラスの性格は、ラグランジュほど魅力的ではなかったようだ。彼は数学者としての自惚れが強く、常にライバルの研究者に寛大ではなかった。

しかし、ラグランジュには常に友好的で、若い前途有望な数学者を支援し、親切であった。

彼は科学のおよび哲学的な意見を守る点では完全に正直で勇気を持っていたが、彼の政策はブレイの教皇代理と間違いなく似ており、上手いこと語っていた。

彼は重量と計測委員会のメンバーに任命され、その後、経度局のメンバーになり、エコール・ノルマルが設立されると教授になった。

ナポレオンが第一統領（第一執政）になったとき、ラプラスは内務長官の職を求めて就任したが、科学にとっては残念なことに、非常に無能と見られて、6 週間後（1799）[16]に引退を余儀なくされた。

その補償として、彼は新しく設立された上院のメンバーにおさまった。

1802 年に出版された *Mécanique Céleste* の第 3 巻には、「ヨーロッパの英雄的平和主義者」への献辞が収められていたが、その後、その英雄の手でさまざまな栄誉に浴し、帝国が成立すると伯爵になった。

1814 年のブルボン朝が復興すると、それへの奉仕を申し出、その後侯爵になった。

1816 年に、彼はフランス・アカデミーの 40 人の「永久会員」の 1 人に選出されて、数学者にとって稀な名誉を得た（ただし、ダランベールと共に）。この栄誉は、*Système du Monde* の優れた文学的な側面によるところが大きかったようだ。

[ブレイの教皇代理 The Vicar of Bray : The Vicar of Bray is a satirical description of an individual fundamentally changing his principles to remain in ecclesiastical office as external requirements change around him.]

こうした邪魔がいろいろあったにもかかわらず、着実に数学と天文学を研究し、*Mécanique Céleste* の完成後でも、死（1827）後、出版された補遺を書いた。

**

彼の最後の言葉「我々が知っていることはわずかであり、知らないことは計り知れない」は、多くの知識を残した人から出され

たものではあるが、彼の人生の折々に見えた性格よりは楽しい一面を示している。

239.

秤動に関するラグランジュの論文を除いて、彼とラプラスの天文学への重要な貢献のほとんどは、クレイローとダランベールの仕事がほぼ終った頃になされたが、オイラーの活動はさらに 20 年近く続いたが。

しかし、ラグランジュはそれから 30 年、ラプラスは 40 年以上生き延びた。

そして共に、3 人の先行者よりもはるかに高い段階に天文学を進めた。

240.

月理論については、ラグランジュは、一般的な方法（天文学の他の問題に対してと同様にこれにも適用できる）を除いて、さほどの貢献しかなかったが、ラプラスはそれに大きな注意を払った。

その問題での彼の特別な発見のうち、最も注目したのは、多くの天文学者を困惑させていた月の平均運動の永年加速（章 x。、§201）についての説明であった。

ラグランジュはそれを説明しようとし（1774）、完全に失敗したので、この現象の存在の根拠となった初期の観測を信用しない方に傾いていた。

ラプラスは、通常の方法を試してうまくいかなかった後で、重力は瞬間に伝達するような効果ではなく、光のように、引力を及ぼす物体まで伝わるのに時間がかかると考えて説明しようとした。しかし、これも上手くいかなかった。

最後に、間接的な惑星効果にたどり着いた（1787）。

なぜなら、偶然にも、太陽の作用によって月が被る摂動は、とりわけ地球軌道の離心率に依存するためである。

これは、惑星の作用により変化している要素の 1 つ（§236）であり、何世紀にもわたり非常にゆっくりと減少している。

そのため、問題の摂動は非常にわずかに変化しており、結果として月の平均運動速度は非常にゆっくりと増加するか、1 ヶ月の長さが減少する。

全体の効果は極めてわずかで、長い時間をかけて知覚できるようになる。

ラプラスの計算では、この原因により月は 1 世紀の間に、または約 1,300 回の公転で約 10"（より正確には 10・2"）増加

するため、天空での位置はこの擾乱する原因が存在しない場合と比べてその量だけ違っているだろう。

2 世紀では 40"になり、3 世紀で 90"などとなる。

言い換えると、これは 1 ヶ月の長さが 1 世紀の間に約 30 分の 1 秒ずつ短くなるということである。

さらに、ラプラスが示したように（§245）、地球軌道の離心率は無限に減少することはないが、数千年という単位で計算される長い長い時間の後で増加し始め、その結果、月の運行は再び遅くなる。

**

ラプラスの結果は、観測によって示された結果とほぼ正確に一致した。

こうして、理論と観測の間にあった太陽系における重要な最後の矛盾は説明されたように見えた。

奇妙な偶然の一致だが、これはプリンキピアの出版から丁度 100 年後に達成された。

**

しかし、何年もたってから、ラプラスの説明は当時なされた説明よりもはるかに不完全であることが明らかになった（xiii。、§287）。【奇妙な言い方！】

**

同じ研究により、ラプラスに、似たような特徴を持った修正が必要なことと、および同じ原因により、月の軌道の他の要素にも修正が必要なことが明らかになった。これは、以前は気づかなかったもので、古代の食の観測から分かったのである。

241.

Mécanique Céleste の第 3 巻には、以前に採用されていた方法とはまったく異なる方法に基づいた、月の理論の一般的な扱い方があって、非常に詳細に説明されている。

ラプラスは「この本の目的は、万有引力という一つの法則の中で月の運行におけるすべての不等性の起源を表し、そして、この法則を発見の手段として用いて、この運動の理論を完成させ、月の系のいくつかの重要な要素をそれから演繹することである」と言っている。

ラプラス自身は月の表を計算しなかったが、ウィーンの大天文学者 ジョン・トビアス・ビュルグ（1766-1834）は、月の表の構築のために膨大な量のグリニッジでの観測とともに、彼の公式をかなり利用した。それは、1801 年（ラプラスの完全な月理論の公開前）にフランスの研究所に送付されて、1806 年にわずかに

修正されて公開された。

数年後（1812）、パリに定住し、ラプラスとラランドの下で働いていたドイツ人のジョン・チャールズ・ブルクハルト（1773-1825）は、Mécanique Céleste の公式に直接基づいた新しい運行表を作成した。

これらはビュルクの運行表に代わって一般に受け入れられたが、それは今度はメイソンとメイヤーの改良に代わっていった。

**

月理論に関する後の研究は、天文学の新時代に属すると便宜的に見なされるかもしれない（xiii.、§286）。

242.

観測により、2 つの異なる系列に分類されると思われる惑星運動と月運動に不等性が存在することが明らかになった。

一方では、月の不等性の大部分のように、1 公転または擾乱を与える天体が数回公転することで生じる周期的変化という不等性がある。

また、その一方では、月の平均運動や地球の近日点運動の永年加速のような不等性がある。そこでは連続的な擾乱がいつも同じ方向に作用していることが観測されていて、変化が周期的にくりかえしている印は見られない。

**

摂動の数学的な扱いは、2 つの組の不等性に対して異なる方法を採用することが望ましいことを示した。これは、厳密ではないが、おおまかに今述べたばかりのものに対応し、周期的および永年の名前が徐々に付けられるようになったことに対応している。

この区別はオイラーの研究（§236）で相当な役割を果たすが、特に惑星理論にとってその重要性を最初に認識し、永年不等の特別な研究を行ったのはラグランジュであった。

**

ある惑星への別の惑星による摂動を研究しようとすると、2 番目の惑星が及ぼす擾乱力を数学的に表現する必要に迫られる。

この式は、一般に、2 つの軌道の要素と、考える時点での惑星の位置の両方に依存する。

ただし、2 つの部分に分割することができる。1 つは惑星の位置（および要素）に依存し、もう 1 つは 2 つの軌道の要素のみ依存し、惑星がその時にたまたま動いている経路上の位置には依存しない。

軌道上の惑星の位置は急速に変化するため、擾乱力の前者の部分は急速に変化し、一般に、短い時間間隔で、例えば、最初に、擾乱を受けた惑星の運動が加速した後で減速するといったような、反対方向の効果を生み出す。

対応する運動の不等性は周期的なものであり、それはほとんどの場合、惑星の数回の公転（あるいはもっと急激に）を経る中で、変化に完全な周期性が成立する。

擾乱力の他の部分は、かなりの期間、ほとんど変化せず、要素に変化が生じる。それは、一般的に非常に小さいのだが、感知しうるほどの変化がないまま留まり、したがって、継続的に蓄積し、時間の経過とともに顕著になっていく。

これらが永年不等性である。

**

一般的に言えば、周期的不等性は一時的なものであり、永年不等性はその効果において永続的であると言うことができる。あるいは、ジョン・ハーシェル卿が言ったように、

**

「実際、永年不等性は、幾度となく周期的に（非常に頻繁に）相互破壊が起った後に残るものに他ならない。

しかし、これらは本質的に過渡的で一時的なもので、それらは短期間で消え、痕跡は残らない。

惑星は一時的に軌道から離脱するが（ゆっくり変化する軌道）、すぐに戻り、やがてそれと同じくらいずれるが、その一方、変化した軌道は、その両方向への運行の平均的なものに合うように調整される。」「[17]

ただし、「一時的な」と「短い」は相対的な用語です。

いくつかの周期的不等性は、特に月の場合、たった数日の周期で、重要な大多数のものはほんの数年に広がっている。

しかし、数世紀または数千年も続くものもあり、数年の間隔だけを考えた場合は永年のとして扱うことができる。

一方、永年不等性のほとんどは実際には恒久的ではなく、何万年という時間で計られる非常に長い周期の間でだけだが、周期的不等性と同じ様に変動する。

月理論と惑星理論の違いの 1 つは、前者の周期的な不等性は比較的大きく、特に月の位置を数か月間計算するなどの実用的な目的では非常に重要であることだ。

一方、惑星の周期的な不等性は一般に小さく、永年の不等性が最も興味深い。

**

楕円軌道の要素を変数として扱う方法は、永年の不等性に特に適している。

しかし、周期的な不等性の場合、一般的には、楕円の経路からずれたものとして扱い、この偏差を調べる方が適切である。

**

「これらのさまざまな摂動を考慮する最も簡単な方法は、惑星が楕円運動の法則に従って動き、その要素が感知できない程度変化する楕円を想像することである。

同時に、実際の惑星は、その性質が周期的な摂動に依存している非常に小さな軌道上のこの架空の惑星の周りで振動していると想像することである。」[18]

**

前者の方法は、オイラーに非常によく見られるように、完成されていて、ラグランジュによって非常に一般的に使用されており、しばしば彼の名前が付けられている。

243.

最初は、木星と土星の運動速度のゆっくりした変化 (§§235、236、および章 x、§204) は永年の不等性であると自然に想定されていた。

1766 年にラグランジュはこれに基づいてそれを説明しようとした。まだ成功していないが、オイラーの研究よりも観測結果をより良く表していた。

ラプラスは、永年の不等性に関する最初の論文 (1773) で、より完全な分析法を使い、木星と土星の運動速度の経年変化が完全に消えるように見えることを発見した。その仮説によって各種の運動を説明しようとし、それで彗星がその場合であるといった困難時に、天文学者によって使われた、

1773 年、ジョン・ヘンリー・ランバート (1728-1777) は、観測の研究から、ハレーが土星が古代よりもゆっくりと動いていることを発見したのに対し、現在はハレーの時代よりも速く動いていることを発見した。ある種の揺動している、または周期的な要因があることを示していた。

1784 年、最終的にラプラスが本当の説明に到着した。ラグランジュは、1776 年に、2 つの惑星の公転時間が 2 つの整数に正確に比例する場合、周期的な擾乱力の一部が、同じ方向に継続的に作用して長期的な運動の変化を引き起こ

すと述べた。彼はそのようなケースは太陽系では起こらないと指摘したが。

さらに、公転時間が 2 つの整数 (どちらも非常に大きくない) にほぼ比例している場合、周期的な擾乱力の一部によって、厳密には永年のではないが非常に長い周期を持つ不規則性が生まれる。

そして、通常は見過ごせるほど小さい擾乱力は、この種の場合、かなりの効果を生み出すことができる。[19]

現在、木星と土星はそれぞれ約 4,333 日と 10,759 日で太陽の周りを公転している。

前者の 5 倍は 21,665 で、後者の 2 倍は 21,518 で、少しだけ小さい。

その結果、稀な事象が起る。

そして、それを研究する中で、ラプラスは約 900 年周期の相当大きな不等性を見つけ、それで気持ち良く観測を説明した。

このクラスの不平等は、そこに他にいくつかも発見されたが、長周期の不等性として知られており、永年不等性と通常の周期的不等性の間を結び付けるリンクと見なすことができるかも知れない。

244.

観測された木星と土星の不等性が永年のではなかったという発見は、1773 年から 1784 年までの大部分の期間に、ラグランジュとラプラスによって行われた永年不等性に関する一連の注目すべき研究の最初のステップで、重力天文学全体で最も興味深く一般的な結果を導くことになったと見なせるかも知れない。

2 人の天文学者は、それぞれベルリンとパリに住んでいたものの、絶えずコミュニケーションを取り、重要な進歩は一方によって成し遂げられたのももう一方が前進させたのもなかった。【無視したところ、あるけど】

中心的な問題は、変化していく楕円と見なされる惑星の軌道要素が経年変化する問題だった。

これらの要素のうち 3 つ、楕円の軸、離心率、および固定平面 (通常は黄道) に対する傾斜角は、他の 3 つよりもはるかに重要である。

最初の 2 つは軌道の大きさと形状が依存する要素であり、1 つ目は (ケプラーの第 3 法則により) 惑星の公転周期と平均運

動速度も決定する。[20]

3番目は、2つの惑星の相互関係に重要な影響を与える。他の3つの要素は、主に周期的な不等性にとって重要である。

さらに、離心率と傾斜角はすべての場合において（特に言及したものを除く）が小さいと考えられたことに注意する必要がある。

したがって、すべての探求は近似的であり、これらの量と擾乱力自体が小さいものとして扱われる。

245.

一連の研究全体の基礎は 1766 年にラグランジュによって出版された長い論文であり、その中で彼は要素変化法を説明し、変化の割合を擾乱力と結びつける公式を与えた。

1773 年の論文で、ラプラスは木星と土星に当てはまる事はより一般的な用途を持っていることを発見し、他の惑星によって影響された惑星の場合、その軸は、現在のところ、永年的な変化を受けていないだけでなく、「天文学が培われ始めた時」以来、知覚できるほどの変動はなかったことを証明した。

翌年、ラグランジュは、いかなる時期でも正しいという傾斜角の永年変化の表式を得た。

これが木星と土星の場合に適用されたとき、サイズが大きく、他の惑星からの距離が大きいため、太陽と一緒に別のを形成するとして合理的に扱うことができ、傾斜角の変化は常に周期的という性質があるため、既存の値から大きく外れることなく、特定の固定した制限を超えることはないように見えた。

似た様な結果が太陽、金星、地球、火星系にも得られた。

ラグランジュはさらに、彼が言ったように、幸いなことに世界体系には存在しないように見えるケースや、反対に、傾斜角が見境なく大きくなるようなケースもあることに気づいた。

その区別は、問題の天体の質量に依存していた。

そして、すべての惑星の質量はやや不確かであり、ラグランジュが推定した金星と火星の質量もほぼ完全に推測だったが、推定された質量に相当の変更があったとしても一般的な結論に影響を与えるとは思えなかった。

2年後（1775年）、ラプラスは、ラグランジュが使用した方法に大いに衝撃を受け、それを離心率の経年変化の議論に

適用し、これらも周期的な特性であり、そのため離心率も無限に増加したり、減少したりしないということを知った。

翌年、ラグランジュは、わずか 14 ページの注目すべき論文で、離心率と傾斜角を小さいとしたかどうかにかかわらず、また惑星の質量がどうであれ、いかなる惑星軌道の長軸の長さの変化は必然的に皆周期的で、そのため常に長軸の長さは特定の明確な制限内で変動するだけであることを証明した。

ただし、この結果は、依然として、擾乱力を小さいとして扱うことができるという仮定に基づいていた。

次に、1781 年から 1784 年の間に出版された 5 つの論文のシリーズがあって、そこでラグランジュは以前の研究をまとめ、方法を修正および改善し、それを周期的な不等性とその他のさまざまな問題に適用した。

最後に、1784 年、ラプラスは、木星と土星の長期の不等性を説明した同じ論文で、惑星や似たような天体の組についてその離心率と傾斜角の間の 2 つの顕著な関係を極めて簡単な方法で説明した。

その最初の関係は次のとおりです—

各惑星の質量にその軌道の軸長の平方根と離心率の二乗を掛けると、すべての惑星についてのこれらの積の合計は、周期的な不等性を除いて不変である。

2 つ目はまったく同じで、ただし、離心率が傾斜角に置き換えられることは除く。[21]

これらの課題の最初のもは、太陽系の惑星が共有する離心率の蓄え【おかしいやろ！】と呼ばれるものが存在していることを確かなものにしていく。

もし、どれか一つの軌道の離心率が増加すると、他の軌道の離心率は対応して減少しなければならない。

また、蓄えを引き出すことは全くできません。

さらに、観測はすべての惑星軌道の離心率は小さいことを示している。

その結果、蓄え全体は小さく、いつでも 1 つの惑星が所有する持ち分は小さくなければならない。[22]

その結果、太陽からの質量と距離がかなり大きい惑星の軌道の離心率は決して大きくなることはなく、さまざまな軌道の傾き

について同様の結論が成り立つ。

太陽系の顕著な特徴の 1 つは、これら 2 つの命題で前提とされている。

つまり、すべての惑星は太陽の周りを同じ方向に回転し、軌道の北側にいる観測者にとっては、時計の針が動く方向と逆のように見える。

ある惑星が反対方向に移動した場合、離心率と傾斜角の蓄えに対応する部分を追加あるいは差し引く必要がある。

蓄えに過剰に引き出されるのを防ぐ手立てはない。

離心率の永続的な変化は不可能であることに関するラプラスの以前の結果には、幾分似たような制限があった。もっとも、1 つ以上のメンバーが他のメンバーとは異なる方向に回転した場合、彼の結果が依然として真であるという系が存在する場合があるが、しかし、この場合、他のケースでは必要とされない軌道の釣り合い【分け前？】に明白な制限が課されるはずであるが。簡単に述べると、2 人の天文学者によって確立された結果は、惑星軌道の軸、離心率、および傾斜角の変化はすべて、特定の一定の範囲内で永久に制限されるというものだった。

惑星によって引き起こされた摂動により、これらすべての量は限られた範囲内の変動を受け、そのいくつかは、周期的な擾乱力によって引き起こされ、比較的短い周期でその変化を受けるが、その一方で他は、永年力によって、完了するには非常に長い間隔を必要とする。

**

こうして、考慮されるその特別な天文学上の要因に関する限り、太陽系の安定性が確立されたと言えるかもしれない。

さらに、居住者のいる惑星として地球を考えた場合、軸の大きな変化、つまり太陽からの平均距離の変化は、太陽から受ける熱と光の量に比例した変化以上の変化をもたらすことになるだろう。

離心率が大きく増加すると、太陽からの距離の変化に起因する熱と寒さの季節変動の一部（現在非常に小さい部分）が大幅に増加するだろう。

一方、赤道に対応した変化を伴わず、そして 2 つの間の角度を増加させる効果がある黄道位置の変化は、一年の間に気温変動を大幅に増加させるであろう。

したがって、安定性が存在することが示されていることによって、

地球の居住性に深刻な影響を与える可能性があるような大きな気候変化に対する保証となっている。

ラグランジュとラプラスによって確立された結果は、ある種の小さな量は無視した（それ故厳密ではない）、そして太陽系の実際の条件が容認できるほど似ているある種の明確な仮説を無視した過程によって得られた数学的な結果でありことを指摘するのは、多分、価値があるだろう。

したがって、現在の予期しない原因は別にして、かなりの期間の間、太陽系を形成する実際の天体の運動がこれらの結果にほとんど一致するかも知れないと期待するのは不合理ではない。

しかし、ラプラスとラグランジュは重要ではないとして無視または拒否したのだが、ある種の擾乱の原因が、遅かれ早かれ、かなりの効果をもたらすことにはならないとする正当な理由はない（xiii.、293 章を参照）。

246.

要素の経年変化に関するラプラスの数値的な結果のいくつかは、扱われた数値の大きさを考えるのに役立つかもしれない。

各惑星の長軸の線は同じ方向に移動する。

土星の場合に起っている最も急速な運動は、年間約 15"、または 1 世紀で 0.5 度未満であった。

この運動が均一に継続する場合、長軸の線が完全に全周をめぐり元の位置に戻るのに 80,000 年以上必要であろう。

ノードの線（または惑星の軌道の平面が黄道の平面と交わる線）の運動は、一般にかなり速いことがわかった。

黄道に対する軌道の傾斜角の年次変化は、いずれの場合も数分の 1 秒を超えることはない。

一方、土星軌道の離心率の変化は、最も大きいのだが、4 世紀にわたって続いた場合、1/1000 にしかならなかつただろう。

247.

永年不等性の理論は、得られた結果の一般的な性質のため、ある程度の長さで扱われている。

しかし、中程度の時間後の惑星位置を予測するためには、周期的な不等性がより重要である。

これらは、ラグランジュとラプラスの両方によって非常に完全に議論されたが、数値計算に適した形式での詳細な研究は主に後者による。

ラプラスによって与えられ、Mécánique Céleste に集められた公式からいくつかの太陽および惑星のテーブルのセットが計算され、それらは一般に観測された動きを厳密に表すことがわかり、あまり発展していない理論に基づいた以前の表に取って代わった。[23]

248.

月と惑星の理論に加えて、重力天文学のほとんどすべてのマイナーな問題は、ラグランジュによる方法の助けを借りて、多くの場合、ラプラスによって再議論され、それらの解法はすべての場合に前進した。

木星の衛星の理論は、木星とともに一種の小型の太陽系をとなっていて、いくつかの特徴的な特異性があり、完璧に論じられた。

その他の衛星についてはあまり完璧な議論は行われていない。土星の環の理論についても、それが均一な固体ではありえないということを示すことにより、ある程度での前進が見られた。

歳差運動と章動は、ダランベールよりもはるかに完全に扱われた。また、月と土星の輪の回転の不規則性の関連する問題も扱われた。

地球の形状は、クレイローよりもはるかに一般的に考えられたが、しかし、それは彼のとても正確な結論をそのままに、である。理論と観測の間にはかなりのギャップが残っていたものの、潮汐の理論は完全に再構築され、大幅に改良された。

摂動の理論は彗星に適用できるようにも修正され、1770年に現れ、1767年に木星の近くを通過したことがわかった彗星（レクセル彗星として知られている）の観測から、その軌道は木星の引力によって完全に変化したが、その反面、木星やその衛星に感知できるほどの影響を与えることはできなかったことが推察された。

一方で、太陽系のさまざまな物体の摂動の完璧な計算は、それらの質量の知識を前提としているため、これらの擾乱の大きさが観測から得られるなら、それを使っていくつかの質量を決定または修正することができる。

このようにして、火星と木星の衛星、および金星 (§235) の

質量が推定され、月と他の惑星の質量が修正された。

しかし、水星の場合、それによる他の惑星の摂動は満足に観測できず、そして、それが小さいことがわかっていただけを除けば、その質量は長い間推測に留まっていた。

彗星にもたらされた効果によってその質量を推定することが可能になった（1842）のはラプラスの死後わずか数年内のことで、質量は今でもとても不確かである。

249.

Mécánique Céleste にまとめられた 18 世紀の偉大な数理天文学者の研究の結果により、重力の法則によって許容できる程度で太陽系天体の運行を説明することが可能であることが示された。

**

したがって、ニュートンの問題 (§228) はほぼ解決され、ほとんどの場合、理論と観測の一致は、さまざまな天体の場所を適度に予測するという実用的な目的に十分に近かった。

理論と観察の間の顕著な矛盾は、ほとんどの場合、観察の誤差や、計算の正確さに欠けていることや、いくつかの同様の原因などによってそれが説明できるというほぼ普遍的な信念を残すほど、すでに除去されているものと比較して非常に小さかった。

250.

プロの天文学者や数学者の世界の外で、ラプラスは、Mécánique Céleste の著者としてではなく、星雲説の考案者として最も有名な人物である。

**

この有名な思索は既に紹介した一般向け書物である *Système du Monde*【世界体系】で公表されたが（1796年に）、それは 1755年に哲学者 Immanuel Kant によって提案された多少似ているもののやや雑な理論とはほぼ確実に独立していた。

**

ラプラスは、太陽系の特定の顕著な特徴に衝撃を受けた。彼が書いたときに彼に知られた 7 つの惑星は太陽の周りを同じ方向に公転し、14 個の衛星は親惑星の周りをこれも同じ方向に公転し[24]、そして、太陽、惑星、衛星の軸周りの自転運動も同じ法則に従っていることが知られていた。

したがって、約 30 回または 40 回の動きがすべて同じ方向になっていた。

もしいくつかの天体のこれらの動きが偶然の結果とみなされ、互いに独立しているなら、この均一性は、同じような回数投げ上げたコインが常に同じ面が上になって降りて来るのと同じようにありそうにないような異常な特徴を持った偶然の一致ということになるだろう。

さらに、これらの自転と公転の動きはすべて平面内であるが、互いにわずかに傾いていた。そして、すべての軌道の離心率は非常に小さく、ほぼ円形であった。

一方、彗星はこれらの特性のいずれも見せていなかった。それらの経路は非常に偏心しており、黄道に対してあらゆる角度で傾斜しており、どの方向にも伸びていた。

**

さらに、これらの点で彗星と惑星または衛星の間をつなぐリンクとなっている既知の天体は知られていなかった。[25]

これらの驚くべき一致から、ラプラスは、太陽系のさまざまな天体が何らかの共通の起源を持っていたに違いないと推測した。彼が示唆した仮説は、現在、太陽系となっている空間を満たすような膨大な大気をまとった太陽と思われる天体からか、あるいは、さほど凝縮していない中心部か中心核を持った流体的なかたまりと思われる天体から凝縮した、と言うのである。

一方、初期の段階では、中央凝縮はほとんど存在しなかったかも知れない。

ハーシェル(xii, §§259-61)から、最近、星雲として知られる何百もの天体の存在が明らかになり、ラプラスの原始的な天体から期待されるような外観に非常に近い姿をして

いた。

彼らが示した構造の違いは、いくつかは明らかに非常に拡散した物質のほとんど無構造の塊であり、あるものははっきりした中心凝縮の兆候を示し、他のものはそれらの周りにわずかな大気を持つ普通の星のように見えたが、凝縮の過程でだんだん進んで行く様子を強く示唆していた。

ラプラスの提案は、太陽系が星雲からの凝縮によって形成されたというものだった。同様の説明が恒星とそれを取り巻く惑星（もしあれば）にも当てはまるのであろう。

**

その後、彼はやや想像力豊かな方法で、星雲に一度回転運動が与えられると、凝縮したように、何本ものリングを形成し、それぞれが次々と衛星のついでに惑星やついていない惑星に凝縮する過程の概略を説明した。そして、この仮説に太陽系の特性の多くに対するもっともらしい理由に与えた。

*

しかし、凝縮したり回転したりしている時のラプラス星雲のような天体の挙動はほとんど知られていないため、そのスキームの詳細を検討する価値はほとんどない。

**

彼自身の発見の重要性が過小評価されたことは一度もなかったが、ラプラス自身、その仮説の詳細を多くの解説者と同じくらいあまり真剣に受け取らず、一般向けの本に発表しただけという事実と、次のような目立つ記述の両方から推察される。すなわち、それを「星と太陽系の形成に関するこれらの推測、観測や計算の結果ではない全てのものがひらめきを与えるはずのあるあらゆる疑念を抱いて私が提示した推測」だとした。[26]

13章 抜粋

chap.286 ~ chap.293

19世紀

286.

重力天文学のすべての大きな問題は、ラプラスの時代から再議論されており、その解決に向けてさらなる前進が図られてきた。

月の理論のラプラスの扱いは、マーリ・シャルル・テオドール・ダモアゾー（1768-1846）によって最初に開発された。

月理論と惑星理論のいくつかの特別な問題を扱ったのはシメオン【??】・ドウニ・ポワソン（1781~1840）であったが、彼は天文学者よりも数学物理学の分野の研究者としてよく知られている。

ラプラスの一般的な方法によって調査された非常に精巧で詳細な月の理論は、1832年にジョバンニ・アントニオ・アマデオ・ブラーナ【??】（1781~1869）が出版したが、表はついていなかった。

Philippe Gustave Doulcet de Pontécoulant（1795-1874）による月と惑星理論の一般的な取り扱い、それまでに登場した中で最も完全なもので、*Théorie Analytique du Système du Monde*【宇宙体系の解析理論】という名称で1846年に出版された。

彼のものに似た不完全な月理論は1830年から34年にジョン・ウィリアム・ラボック（1803-1865）によって出版された。

月理論の大きな進歩は、ゴータ【ドイツ】のピーター・アンドレアス・ハンセン（1795-1874）によってなされ、1838年と1862-64年に、それぞれ *Fundamenta* [6]と *Darlegung* 【説明、表明】[7]として一般に知られている論文集を出版した。1857年、1750年から1850年にかけての1世紀の間に表と観測値のずれが1"または2"を超えることのない精度の月の運行表を作成した。

この表は、すぐに航海年鑑や他の同種の定期刊行物の計算に使用され、現在までいくつかの修正を加えて使用されてきた。

数学的に非常に興味深くまた同様に複雑な、まったく新しい月の理論が1860年と1867年に、シャルル・ドロネー

（1816~1872年）によって発表された。

残念ながら、著者はそれに対応する表を作成する前に亡くなった。

ワシントンのニューカム教授（§283）は、多くの繊細で複雑な計算によって、月理論に貴重な貢献をし（他の天文学の分野にも同様に）、最もよく知られているのは、ハンセンの表観測を比較し、それから表の改良を行ったことである。

月理論を扱う新しい方法は、ケンブリッジの故ジョン・カウチ・アダムズ教授（1819-1892）によって考案され、同様の方法がワシントンのヒル博士によって開発された。

これまでのところ、それらは運行表の計算に利用できるような方法では詳細には解決されておらず、現在のところ実用的というより数学的なものに関心があるように思われる。

しかし、必要な詳細な作業は現在進行中であり、これらの方法および関連する方法によって、現在の月理論の過度の複雑さがかなり減少するのではと期待できるかもしれない。

287.

月理論の1つの特別な点に言及する価値がある。

ハレーによる発見以来、天文学者を困惑させた月の平均運動の永年加速（章 x.、§201）は、見たように（章 xi.、§240）、ラプラスによって1787年に説明された。

アダムズは、計算の過程で、重要ではないとしてラプラスによって省略された量が実際には結果に非常に顕著な影響を及ぼすことを知り、月の動きの増加率を表すある量が、ラプラスが求めたように、また観測が要求したように10"ではなく、5"と6"の間になった。

その補正は、最初はいくつかの主要な専門家によって議論されたが、ドロネーによって独立して確認され、現在それが受け入れられている。

結果として、月は、重力の理論では説明がつかない非常にわずかな加速があるように見える。

1865年にドロネーは、決して確たる説明ではなかったが、独

創的な説明を提案した。

潮汐摩擦は固体地球と海水との間で生じる摩擦のことで海水の運動の結果であるが、カントはこれが地球自転をある程度遅らせているのではないかと言った。

しかし、その効果は非常に小さく、正確な計算ができないように思われたため、通常は無視された。

しかし、その量を計算する試みは、1853年にウィリアム・フェレルによって行われた。彼は、地球の自転周期（日）を基本的な時間単位として、地球の自転速度の低下は時間の単位が長くなり、結果的にこの時間の単位で計測される全ての運動ではスピードが見かけ上、上がったようになることも指摘した。

独立して研究していたドローネーは同様の結論に達し、このように潮汐摩擦は、説明されるべき月の運動にまさにそのような変化をもたらす可能性があることを示した。

この説明が受け入れられた場合、観測された月の運行は、潮friction 潮汐摩擦の影響の尺度となるだろう。

関係する量が小さいことは、問題の加速を説明するのに10,000年で1/10秒だけ日を長くすることに相当するだけ地球自転の変化があれば十分という事実によって示されている。

さらに、この加速量の評価は、その一部が古代の日食観測に基づいているため、決して正しいとは言えず、その一部でさえある種の間接的な重力効果（ラプラスによって検出されたものよりもずっと不明瞭な）によるものかも知れず、あるいはこれまで疑われていなかった他の原因によるものかも知れない。

288.

すでに言及した月理論の研究者はほとんどが惑星理論のさまざまな分野でも貢献したが、ラプラスの死以来行われた惑星理論の最も重要な進展のいくつかは、フランスの数学者ユルバン・ジャン・ジョセフ・ルベリエ（1811-1877）によるものであった。太陽の距離を決定する彼の方法はすでに述べたところだ（§282）。

彼の最初の重要な天文学論文（1839）は、太陽と、木星、土星、天王星の3つの最大かつ最遠の惑星によって構成される系の安定性（xi.、§245）の議論であった。

その後、彼は太陽と主要な惑星それぞれの運動の理論を新たに考案し、それらの運行表を構築した。それらは以前のものに取り替えて代わり、現在は航海暦やその他の天体暦の中心的な惑星計算の基礎として使用されている。

ルベリエは、天文学者に常に大きな問題を与えてきた水星の場

合、観測と理論の間で満足のいく一致が見られず、水星と太陽の間を公転する惑星か、小惑星を類推させるようなたくさんの小天体の集合体によるとしてその差異を説明しようという方に傾いていた。

惑星理論と純粋数学の最近の進歩のいくつかを結びつける、より抽象的な性格の研究は、ユーゴー・ギルデン（1841～1896）によって行われた。一方、現在、純粋数学界で最も際立っているパリのアンリ・ポアンカレが、最近、天文学に注目するようになって、今のところ実地天文学にはほとんど関係ないものの、天体力学の一般的な問題のいくつかに重要な光を投げかけそうな研究に取り組んでいる。

289.

重力天文学の記憶に残る勝利の1つである海王星の発見は、非常に頻繁に他の所で、また完璧に解説されている[8]ため、ここではとても簡単な説明で十分だろう。

天王星の発見（xii章、§253）の直後、惑星として認識されていなかったが、早くも1690年に、そしてその後数回、その惑星が間違いなく観測されていたことが判明した。

軌道を慎重に計算する最初の試みが行われたとき、初期の観測とその後の観測を調和させることは不可能であることがわかり、1821年に公開されたブパールの表（xi章、§247、注）では、初期の観測は除外された。

しかし、この抜本的な措置でさえずれを治めることはできなかった。観測された場所と計算された場所の間に矛盾はすぐに現れ、年々増加した。

いくつかの説明が提案され、複数の天文学者がその不規則性はこれまで知られていない惑星の引力によるものかもしれないと示唆した。

天王星の運動の不規則性からこの仮想的な体の位置を推定する最初の真剣な試みは、学位を取得した直後にアダムスによってなされた（1843）。

1845年10月までに、彼は新しい惑星の軌道を構築し、実際の位置から2°（満月の直径の4倍）未満だけ異なる位置を（現在知られているように）与えることに成功した。ただし、望遠鏡による検索は行われなかった。

一方、ルベリエは独立して調査し、1846年8月31日までに、彼はアダムス同様に、軌道と擾乱体の位置を決定すること

に成功した。

翌月 23 日、ベルリン天文台のガレ博士はルベリエから搜索の要望を受け取り、同夜、彼が与えた位置の近くに、小さな惑星状の円盤像を見せる奇妙な天体を発見した。これは、現在、海王星として知られているが、新しい惑星としてすぐに認知された。

この注目すべき発見につながった天王星の運動の誤差が、普通の目には知覚できない量である 2' を超えなかったことを認識する価値があるかもしれない。

それだから、もし天に 2 つの星が並んでいて、1 つは天王星の真の位置にあり、もう 1 つはプバルの表で与えられる計算位置にあるとすると、通常の視力の観測者なら 1 つの星にしか見えない。

290.

ハンセンとニューコム教授の月面表、ルベリエ、ニューコム教授、ヒル博士の惑星と太陽の表は、ラプラスの研究に基づいた表よりもはるかに正確に天体の運行を表している。同様に、オイラー、クレロー、およびハレーのものよりもはるかに正確である。

しかし、理論と観察の一致は決して完全ではなく、多くの場合、矛盾は観測に必然的な不完全性によるものとして説明できるよりも大きくなる。

2 つの最も顕著なケースは、おそらく水星と月の場合である。前者の不規則性に関する Leverrier の説明 (§288) は、完全に正当化されることも、一般に受け入れられたこともない。また、航海年鑑および同様の出版物に記載されている月の位置は、ニューコム教授によって観測から演繹され、重力理論から導かれたものではないハンセンの表にある種の修正を施して計算される。

291.

彗星の進路の計算は、比較的短い周期で太陽の周りを回転する多くの彗星の発見により、今世紀中にある程度重要になった。

ハレーの彗星 (xi 章、§231) は 1835 年に期日通りに再出現し、3 つの独立した計算で予測された数日以内に近日点を通過した。

そして、それは 1910 年頃に再び間違いなく期待される。

ハレーのように、細長い楕円軌道で回転し、70 年から 80 年の間に公転する彗星が現在 4 つ知られている。

これらの 2 つは 2 回の回帰で見られた。それは 1815 年と 1887 年のオルバース彗星、1812 年と 1884 年のポーンブルックス彗星として知られている。

周期が 3 1/3 年 (エンケ) と 14 年 (タツトル) の間にある 14 の彗星は 1 回以上目撃されている。

1 世紀未満の周期を持つと推定される彗星が約十数個ある。そして、他の 20 または 30 ほどは明らかに楕円形の軌道を行すが、その周期は長く、従ってそれはあまり確実ではない。全体で約 230 か 240 彗星の経路が計算されているが、多くは非常に不正確だ。

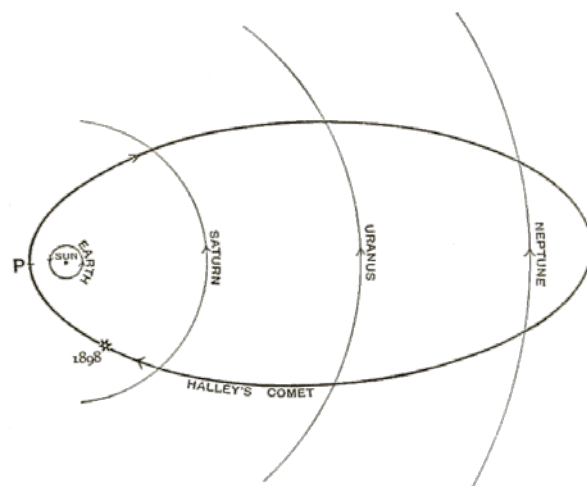


Fig. 87.—The path of Halley's comet.

292.

潮汐理論では、Mécannique Céleste の出版後になされた最初の重要な進歩は、大規模なスケールにわたる実際の潮汐の観測を収集したことや、その解釈、および理論との比較だった。この方面の先駆者は、1830-37 年に王立協会にそれに関する一連の論文を発表したラボック (§286) と、1833 年から 1851 年に論文を発表したウィリアム・ヒューエル (1794-1866) だった。

当時、王室天文官だったエアリー (§281) も 1845 年に潮汐全体を扱った重要な論文を発表し、範囲が限定された特殊な形状の水域における潮汐の理論を詳細に議論している。潮汐観測の分析は、現在世界中のすべての地域から取得された大量のものが利用可能で、ケルビン卿 G. H. ダーウィン教授による新しい方法によってさらに進んでいる。

こうして、潮汐が異なる場所で実際にどのように変化するか、太陽と月の位置に応じてどのように変化するかについて、大量の情報が利用可能となっている。

近年、海洋潮汐に類似した変化を生み出す**太陽と月の引力の、地球自体への、効果**がかなり注目されている。

完全な剛体はなく、したがって、問題の力は何らかの潮汐効果を生み出すはずである。

その問題は 1863 年にケルビン卿によって最初に研究され、その後ダーウィン教授などによって行われた。

明確な数値的結果はまだほとんど出されていないが、これまで行われた研究は、地球内部の性質への地質学的調査に関連する関心の結果であるが、これらの天体潮汐は比較的小さなことで、結果的に地球の剛性は大きいことを示している。

潮汐摩擦に関連するいくつかの推測は、他の場所で言及されている (§320)。

293.

ラグランジュとラプラスによって確立された太陽系の安定性に関する一連の命題 (xi.、§§244、245) は、ある種の明確な仮定から数学的に推論可能な抽象的な命題と見なされて、ポアソンやルベリエのような後の数学者によって確認され、拡張された。

しかし、無期限に遠い将来の実際の太陽系の状態に関する情報を与えるという彼らの主張に同調する人は、以前よりもはるかに少なくなっている。

科学的思考の一般的な傾向は、私たちの知識の中で最もよく突き止めた部分の単に近似的な特徴やそれらしい特徴をより完璧に認識する方向へ向いてきた。

「正確」、「常に」、および「明白な」は、科学的用語から消えつつある言葉である。ただし、便利な略語を除いてだが。

明らかに単なる抽象化でない限り、将来にわたってずっと「正確」で妥当であると公言する命題、または一般的にそう解釈される命題は、結果的にかなり疑わしいと見なされる。

問題としている特定の命題の場合、天文学と物理学の進歩は、ラグランジュとラプラスが要求した仮定では実際の太陽系が説明できないいくつかの点にかなりの重点を置いている。

安定性の定理のために、太陽系の天体は完全剛体であると想定されていた。

言い換えれば、任意の一天体の内部の各部での相対的な動きは無視されていた。

したがって、海洋の通常の潮流も現代の研究で注目されている天体潮流も両方共、考慮されていなかった。

潮汐摩擦は、現時点ではごくわずかだが (§287)、その作用が不可逆的である限り、重力天文学の主要な主題となっている摂動とは本質的に異なる。

その安定性の定理からは、通常の摂動なら遅かれ早かれ互いに補償する効果を生み出すので、もし特定の運動が一時的に加わると、別の運動が遅らされるという事実が効果的に示された。

しかし、これは潮汐摩擦には当てはまらない。

たとえば、地球と月の間の潮汐作用によって、一日や一ヶ月を徐々に長く、地球と月の間の距離は大きくなる。

太陽の潮汐作用は、太陽と地球への影響は小さいが、同様だ。それぞれの場合の効果は、それを測定できる限り、想像をはるかに超えているように見えるが、プロセスを逆にする傾向を持った補償作用ではない。

そして全体として、関係する天体のエネルギーは減少する。

くり返すと、**現代の光と電気の理論によれば**、ある種の波を伝達できる「**エーテル**」で空間が満たされていなければならない。

地球や惑星の運動に何らかの形で影響を与えるという直接的な証拠はないが、そこを運動する天体が全く抵抗を受けていないことに関して、通常の物質のすべての既知の形態とはまったく異なる媒体を想像することは困難である。

そのような抵抗があれば、太陽系のメンバーはゆっくりと太陽に近づき、その周りの回転数は徐々に減るという効果をもたらすだろう。

これもまた不可逆的な傾向であり、補償がないことはわかっている。

実際、ラグランジュとラプラスが占領した観点から見ると、太陽系はすごく正確ということではなく、また速くなったり、時に遅れたりだが、巻き上げる必要がない時計のように見えた。

一方、現代の研究では、極端に遅い速さではあるが、結局は遅れていっている時計との類似性を強調している。

太陽の熱に関する最新の研究 (§319) も、別の形で太陽

系が「遅れていく」方向に向かう不可逆的な傾向を示している。